

Содержание

Математика-1

Дай Юэ

Задача обращения конечных автоматов-преобразователей и ее приложения в теории кодирования и криптографии.....5

Лю Юйтун

Применение пиксельного метода построения множества достижимости для модели взлета ракеты.....7

Мэй Юйтин

Максимизация горизонтальной дальности полёта летательного аппарата при штрафе на расход топлива.....9

Чжан Хаонань

Разработка программного модуля для поиска универсального стабилизатора на основе интеллектуальных вычислений.....11

Чжо Юйхао

Максимизация горизонтальной дальности полёта летательного аппарата при заданном количестве топлива.....13

Чэнь Цзюлун

Модификация алгоритма построения субоптимальных путей при помощи случайных деревьев с учётом ограничений на гладкость и кривизну.....15

Математика-2

Ван Кайчжэн

Математическое моделирование трёхкомпонентной реакции.....17

Ли Суй

Алгоритм решения обратной коэффициентной задачи для модели популяционной динамики с возрастным и накопительным структурированием.....19

Ло Ипин

Построение и исследование 3-мерной регуляризованной сплайн-функции.....21

Мао Цзясюань

Программный пакет по численному решению интегральных уравнений.....23

Сизов Григорий Алексеевич

Использование машинного обучения для решения обратной задачи электромагнитных зондирования слоистых сред.....27

Тан Ин

Многовидовая модель популяционной динамики.....29

Тан Цзычэнь

Приближенное решение задачи для уравнения колебаний с краевым условием III рода и восстановление коэффициента в краевом условии. 33

Чжан Илин

Математическое моделирование бимолекулярной реакции в реакторе идеального смешения. 35

Чжан Исун

Моделирование процесса динамики поглощения газа с учётом скорости переноса в сорбционной колонке. 37

Чэ Пейцзе

Симуляционный подход к изучению модели, основанной на индивидуальностях. 39

Программирование

Ван Синьци

Разработка компонентов электронного задачника по параллельному программированию на базе технологии MPI. 41

Е Цзытао

Алгоритмы решения задачи оптимального выпуска. 42

Мэн Линцян

Программы для построения полугруппы конечного автомата PRI и исследование построенных полугрупп. 45

Оуян Лэйло

Разработка компонентов электронного задачника по параллельному программированию в системе Unix. 47

Сунь Чжунгао

Методы и алгоритмы улучшения качества изображения. 48

Сюй Юэлин

Полурешётка инверсных морфизмов для заданного конечного языка: построение и исследование. 49

Чжан Инцин

Разработка компонентов электронного задачника по основам программирования в системе Unix. 51

ZHONG Zhenqiang

Under IP Perspective Protection for AI-generated Works in China —also Comments on the Application of ChatGPT. 52

Математика-1

ЗАДАЧА ОБРАЩЕНИЯ КОНЕЧНЫХ АВТОМАТОВ-ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ В ТЕОРИИ КОДИРОВАНИЯ И КРИПТОГРАФИИ

Дай Юэ

Студент

*Факультет ВМК университет МГУ-ППИ в Шэньчжэне, Шэньчжэнь,
Китай*

E-mail: 1120190001@smbu.edu.cn

Научный руководитель — *Захаров Владимир Анатольевич*

Главная цель исследования данной работы состоит в том, чтобы модифицировать метод обращения автоматов, предложенный В.И. Левенштейном за счет применения графовых конструкций, подобных тем, которые используются в алгоритме А.А. Маркова. Достаточные и необходимые условия для проверки взаимно-однозначности и обратимости описаны ниже.

Теорема 1. Автомат $\mathfrak{A} = (A, B, S, s_{i_0}, f, \varphi)$ не является взаимно-однозначным тогда и только тогда, когда существует такое состояние $s \in S$ и такие буквы $a, b \in A, a \neq b$, для которых в графе $\Gamma_{\mathfrak{A}}$ существует ориентированный путь из вершины $(s, s, \Lambda, 1)$ в любую вершину вида $(s', s'', \Lambda, \sigma')$, и этот путь имеет начало

$$(s, s, \Lambda, 1) \xrightarrow{(a/\varphi(s,a))} (f(s, a), s, \varphi(s, a), 2) \xrightarrow{(b/\varphi(s,b))} (f(s, a), f(s, b), u, \sigma).$$

На основе теоремы 1 строим алгоритм для проверки взаимной-однозначности кодирования. Начал с вершиной $(s_{i_0}, s_{i_0}, \Lambda, 1)$ выберем все пары букв $\{(a, b) : a, b \in A, a \neq b\}$. Для каждой пары (a, b) проверить, есть ли маршрут из $E_{\mathfrak{A}}$, по которому можно перейти к следующей вершине из $V_{\mathfrak{A}}$. Поместим полученную вершину в множество S . Затем проверяются все элементы в S .

Создать вспомогательный граф $\Gamma_{\mathfrak{A}}^*$ на основе автомата $\mathfrak{A}$. Используя вспомогательный граф и алгоритм построения обратного автомата, можно доказать следующую теорему.

Теорема 2. Пусть автомат $\mathfrak{A} = \langle A, B, S, s_0, f, \varphi \rangle$, s_0 начальное состояние, для входного слова $w^\infty = a_{i_1} a_{i_2} \dots a_{i_n} \dots \in A^\infty$, имеет $F_{\mathfrak{A}}(s_0, w^\infty) = u^\infty = b_{j_1} b_{j_2} \dots b_{j_n} \dots \in B^\infty$. Тогда для обратного автомата $\mathfrak{A}^{-1} = \langle B, A, Q, q_0, g, \psi \rangle$, если существует $F_{\mathfrak{A}^{-1}} : F_{\mathfrak{A}^{-1}}(u^\infty) = w^\infty$, т.е. $F_{\mathfrak{A}^{-1}}(q_0, F_{\mathfrak{A}}(s_0, w^\infty)) = w^\infty$, то полученный автомат $\mathfrak{A}^{-1}$ является обратным к исходному автомату $\mathfrak{A}$. Поскольку начальное состояние известно, его можно сокращенно обозначить как $F_{\mathfrak{A}^{-1}}(F_{\mathfrak{A}}(w^\infty)) = w^\infty$.

Приведенная выше теорема 2 показана корректность алгоритма, что созданный автомат является обратным по отношению к исходному автомату.

В этой работе получено алгоритмическое решение двух задач анализа свойств вычислений и преобразования конечных автоматов: 1) задача проверки взаимной однозначности словарных функций, вычисляемых конечными детерминированными автоматами-преобразователями, и 2) задача инвертирования взаимно-однозначных на бесконечности автоматов преобразователей.

Литература

1. Марков А.А. Введение в теорию кодирования. Москва, изд-во "Наука". 1982.
2. Levenshtein Vladimir Iosifovich. The inversion of finite automata // Doklady Akademii Nauk / Russian Academy of Sciences. Т. 147. 1962. С. 1300–1303.
3. Tao Renji, Chen Shihua. On finite automaton public-key cryptosystem // Theoretical Computer Science. 1999. Т. 226, No 1-2. С. 143–172.
4. An overview of cryptosystems based on finite automata / G Khaleel, Sh Turaev, I Al- Shaikhli [и др.] // Journal of Advanced Review on Scientific Research. 2016. Т. 27, No 1. С. 1–7.
5. Menezes Alfred J, Van Oorschot Paul C, Vanstone Scott A. Handbook of applied cryptography. CRC press, 2018.

ПРИМЕНЕНИЕ ПИКСЕЛЬНОГО МЕТОДА ПОСТРОЕНИЯ МНОЖЕСТВА ДОСТИЖИМОСТИ ДЛЯ МОДЕЛИ ВЗЛЕТА РАКЕТЫ

Лю Юйтун

Студентка

Факультет ВМК МГУ-ППИ, Шэньчжэнь, Китай

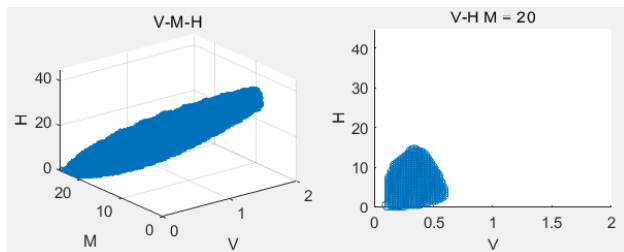
E-mail: mskliuyutong@163.com

Научный руководитель — Камзолкин Дмитрий Владимирович

В докладе была представлена простейшая модель движения ракеты, как материальной точки, имеющей массу. Движение осуществляется в одном измерении вдоль вертикальной прямой и описывается системой трех обыкновенных дифференциальных уравнений. Необходимо построить множество достижимости рассматриваемой управляемой системы в заданный момент времени, то есть множество всех состояний, которые может достичь управляемая система при различных значениях управляющей функции.

В работе используется пиксельный метод построения множества достижимости для решения поставленной задачи. Сначала рассмотрим упрощенную задачу, в которой масса ракеты не изменяется. Таким образом мы получим систему из двух дифференциальных уравнений. С помощью упрощенной двумерной задачи был отлажен и проверен алгоритм решения задачи. Потом мы рассмотрим исходную трехмерную модель, в которой масса ракеты уменьшается при сгорании топлива, и построим трехмерное множество достижимости. Я использовала MATLAB, чтобы получить следующее трехмерное множество достижимости. На рисунке представлено множество достижимости и его сечение.

Иллюстрации



Множество достижимости и его сечение

Литература

1. Гусейнов Х.Г., Моисеев А.Н., Ушаков В.Н. Об аппроксимации областей достижимости управляемых систем // Прикладная математика и механика. 1998. Т. 62, № 2. С. 179–187.
2. Новикова А.О. Построение множеств достижимости некоторых управляемых систем пиксельным методом // Сборник статей молодых ученых факультета ВМК МГУ. 2012. v№ 9, С.136–153.
3. Хуан Шици. Задача оптимального управления взлетом ракеты // Выпускная квалификационная работа факультета ВМК МГУ-ППИ. 2022.

МАКСИМИЗАЦИЯ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ДАЛЬНОСТИ ПОЛЁТА ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА ПРИ ШТРАФЕ НА РАСХОД ТОПЛИВА

Мэй Юйтун

Студентка

Факультет ВМК МГУ-ППИ в Шэньчжэнь, Шэньчжэнь, Китай

E-mail: 3040515848@qq.com

Научный руководитель — Черкасов Олег Юрьевич

В этой работе анализируется движение летательного аппарата и исследуется максимальная дальность горизонтального полёта летательного аппарата при штрафе на расход топлива.

Сначала мы произвели физический анализ и вывели систему уравнений для летательного аппарата на кривой. Затем мы применили ряд упрощений и оптимизаций, а также перешли к безразмерным переменным, чтобы в итоге получить постановку задачи(1):

$$\left\{ \begin{array}{ll} \dot{x} = v \cos \theta & x(0) = x_0 \\ \dot{y} = v \sin \theta & y(0) = y_0 \\ \dot{v} = -v - \sin \theta + u & v(0) = v_0, v_0 \in (0, +\infty) \\ \dot{\xi} = u & \xi(0) = 0 \end{array} \right. \quad (1)$$

$$J = -\alpha x(T) + \beta \xi(T) \rightarrow \min_{\theta, u}, \text{ где } u \in [0, \bar{u}], \beta = 1 - \alpha.$$

Далее мы находим теоретическое решение задачи, применяя принцип максимума Понтрягина и учитывая необходимые ограничения, чтобы обеспечить оптимальность. Установлено, что оптимальное управление не содержит особые участки. В итоге задача оптимального управления сведена к краевой задаче(2).

$$\left\{ \begin{array}{ll} \dot{x} = v \cos \theta & x(0) = x_0 \\ \dot{y} = v \sin \theta & y(0) = y_0 \\ \dot{\xi} = u & \xi(0) = 0 \\ \dot{v} = -v - \sin \theta + u & v(0) = v_0 \\ \dot{\theta} = \frac{\cos \theta}{\alpha v} [1 + (2v - u) \sin \theta] & \theta(T) = 0 \end{array} \right. \quad (2)$$

Проведён качественный анализ динамической подсистемы(2). Используя первый интеграл, мы обнаружили, что на оптимальной траектории может быть не больше двух переключений тяги.

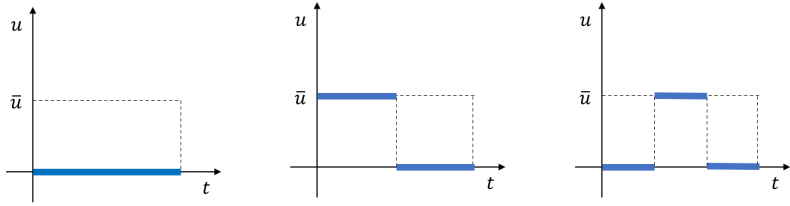


Рис. 1: Возможные структуры оптимальной тяги

Возможны следующие структуры оптимальной тяги: нулевая-максимальная-нулевая, максимальная-нулевая, только нулевая.

Литература

1. Брайсон А., Хо Ю-Ши. Прикладная теория оптимального управления // М.: Мир. - 1972. - 544 С.
2. Menon, Padmanabhan K. et al. "Optimal symmetric flight with an intermediate vehicle model." *Journal of Guidance Control and Dynamics* 8 (1983): 312-319.

РАЗРАБОТКА ПРОГРАММНОГО МОДУЛЯ ДЛЯ ПОИСКА УНИВЕРСАЛЬНОГО СТАБИЛИЗАТОРА НА ОСНОВЕ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Чжан Хаонань

Студент

Факультет ВМК МГУ-ППИ, Шэньчжэнь, Китай

E-mail: 13011707177@163.com

Научный руководитель — *Фурсов Андрей Серафимович,*
Мальцева Анна Всеволодовна

Рассмотрим семейство систем с одним входом и одним выходом

$$\begin{cases} \dot{x} = A_i x + b_i u, \\ y = c_i x. \end{cases} \quad i = 1, \dots, n,$$

где A_i — матрица $n \times n$, b_i — вектор $n \times 1$, c — вектор $1 \times n$, x — вектор состояния $n \times 1$, y — вывод и является скалярным.

Для этих систем будем искать единый стабилизатор в форме линейной обратной связи

$$u = -kx.$$

При подстановке алгоритма управления, замкнутые системы имеют вид

$$\begin{cases} \dot{x} = \hat{A}_i x, \\ y = c_i x. \end{cases} \quad i = 1, \dots, n,$$

где $\hat{A}_i = A_i - b_i k$.

Проблема стабилизации систем SISO заключается в том, чтобы найти вектор обратной связи таким образом, чтобы замкнутые системы имела все собственные значения с отрицательными вещественными частями.

Для поиска параметров обратной связи для стабилизации конечного семейства линейных динамических систем мы предлагаем использовать генетический алгоритм.

Генетические алгоритмы широко используются во многих областях техники. Они превосходят большинство традиционных методов в решении hard problem, особенно NP-problem. В нашем случае базовый генетический алгоритм модифицирован и использован для нахождения решения проблемы одновременной стабилизации. Традиционные общие алгоритмы активно используют кроссовер. В этой

работе мощность оператора уменьшается с числом итераций. Этот механизм адаптации увеличивает шансы на получение лучших хромосом. Традиционная мера пригодности не подходит для задач стабилизации, поэтому мы определяем индекс неустойчивости, который лучше и эффективнее оценивает приспособленность хромосом.

Литература

1. Фурсов А.С. Одновременная стабилизация: теория построения универсального регулятора для семейства динамических объектов. М.: ИНФРА-М, 2016.
2. Фурсов А.С. Методы одновременной стабилизации: условия существования и алгоритмы построения универсального регулятора для семейства динамических объектов // Дифференц. уравнения, 2010, Т. 46, N 8. С. 1213-1215.
3. Xu D. Stabilization of linear multivariable systems by output feedback using genetic algorithms. D.: Changchun University of Science and Technology, 2002.

МАКСИМИЗАЦИЯ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ДАЛЬНОСТИ ПОЛЁТА ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА ПРИ ЗАДАННОМ КОЛИЧЕСТВЕ ТОПЛИВА

Чжоу Юйхао

Студент

Факультет ВМК МГУ-ППИ в Шэньчжэнь, Шэньчжэнь, Китай

E-mail: 13711594055@163.com

Научный руководитель — Черкасов Олег Юрьевич

В этой работе анализируется движение летательного аппарата (ЛА) и исследуется максимальная горизонтальная дальность полёта ЛА при заданном количестве топлива. Движение происходит в вертикальной плоскости под действием силы тяжести, сопротивления воздуха и сила тяги.

Уравнения движения центра масс ЛА в безразмерных переменных имеют вид (1) :

$$\begin{cases} \dot{x} = v \cos \theta & x(0) = x_0 \\ \dot{y} = v \sin \theta & y(0) = y_0 \\ \dot{v} = -v - \sin \theta + u & v(0) = v_0, v \in [0, +\infty) \\ \dot{\mu} = -u & \mu(0) = \mu_0, \mu(T) = \mu_T, \mu \in [0, \mu_0] \end{cases} \quad (1)$$

здесь x – горизонтальная координата, y – вертикальная координата, θ – угол наклона траектории, u – тяга, v – модуль скорости, μ – количество топлива

Цель уравнения:

$$\text{Найти } u(t), \theta(t) : J = -x(T) \rightarrow \min_{\theta, u} \quad (u \in [0, \bar{u}]) \quad (2)$$

Далее мы для решения задачи (1)(2) используем принцип максимума Понтрягина, находим необходимые условия, оптимальности. Показано, что особое управление неоптимально. Затем мы сведём задачи (1)(2) к краевой:

$$\begin{cases} \dot{v} = -v - \sin \theta + u & v(0) = v_0 \\ \dot{\theta} = \frac{\cos \theta}{v} (1 - u \sin \theta + 2v \sin \theta) & \theta(T) = 0 \end{cases} \quad (3)$$
$$u = \begin{cases} \bar{u}, -v \tan \theta > a \\ 0, -v \tan \theta < a \end{cases} \quad (\text{где } a - \text{неизвестная константа})$$

Проведём анализу стационарных решений системы (3) и её качественное исследование. С помощью первого интеграла мы обнаружим, что оптимальное управление тягой имеет не больше двух переключений (Рис.2).

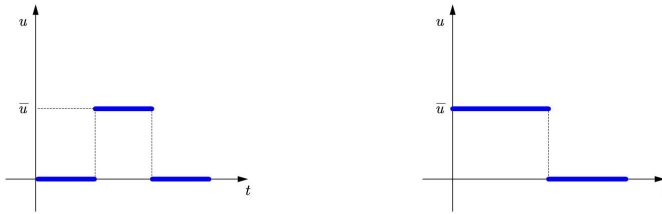


Рис. 2: Зависимость тяги от времени вдоль оптимальной траектории (теоретический результат(3))

Далее, мы находим численное решение задачи с помощью matlab. Нужно найти начальное условие $\theta(0)$ для системы уравнений путем итерации. Затем мы выберем несколько примеров и с помощью matlab проиллюстрируем и продемонстрируем аналитический результат (Рис.3).

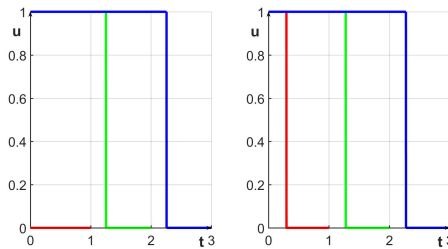


Рис. 3: Зависимость тяги от времени (численные расчёты) при $v_0 = 0.2$ (Слева)/2.5(Справа), $T = 1$ (Красный)/2(Зеленый)/3(Голубой)

Литература

1. Menon, P.K. et al. "Optimal symmetric flight with an intermediate vehicle model." *Journal of Guidance Control and Dynamics* 8 (1983): 312-319.
2. Брайсон А., Хо Ю-Ши. Прикладная теория оптимального управления // М.: Мир. — 1972. — 544 С.

МОДИФИКАЦИЯ АЛГОРИТМА ПОСТРОЕНИЯ СУБОПТИМАЛЬНЫХ ПУТЕЙ ПРИ ПОМОЩИ СЛУЧАЙНЫХ ДЕРЕВЬЕВ С УЧЁТОМ ОГРАНИЧЕНИЙ НА ГЛАДКОСТЬ И КРИВИЗНУ

Чэнь Цзюлун

Студент, 4 курс бакалавриата

Факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: kowlooncen@gmail.com

Научный руководитель — Павел Александрович Точилин

1. Планирование пути

Целью планирования пути является нахождение оптимального или субоптимального пути между начальной и конечной точками, учитывая ограничения рабочей среды с препятствиями [Karaman S, 2011, 30(7)].

На данный момент общие методы планирования пути включают алгоритм A^* [Russell, 2018], метод искусственного потенциального поля [Чжан Ч., 2021], нейронные сети [Юдинцев Б.С., 2019] и алгоритм случайного дерева быстрого расширения RRT [Zhang H., 2018]. Среди них алгоритм RRT обладает наиболее гибкими и мощными возможностями поиска и может использоваться для планирования пути в различных сложных средах [LaValle, 1998]. Однако, стоимость пути не учитывается, и полученный путь не является оптимальным.

Особенно важен алгоритм оптимального планирования пути для практического применения роботов. Случайное дерево путей генерируется путем использования начальной точки в качестве корневого узла и случайной выборки для построения ветвей древовидной структуры до тех пор, пока узлы ветвей не будут содержать целевой узел или входить в целевую область. Алгоритм поиска на основе выборки RRT широко используется из-за быстрого механизма расширения узлов и высокой производительности поиска [Lan X D, 2015].

2. Сглаживание траектории

Алгоритм RRT строит путь, состоящий из прямых линий и крутых поворотов [Ravankar, 2018]. Однако такой путь не всегда является оптимальным и удобным для навигации роботов. Прямые линии и резкие повороты могут приводить к остановкам и резким изменениям скорости, что не только неэффективно, но и может быть опасно для роботов, перевозящих хрупкие, ценные или опасные предметы, а также для роботов, используемых в медицине.

Желательно получить гладкую и непрерывную траекторию для роботов. Гладкий путь позволяет избежать резких и крутых поворотов, и робот может маневрировать без остановки. Проблема непрерывности относится к геометрической непрерывности, где необходимо учитывать непрерывность касательной или ограничения на кривизну. Важно также гарантировать безопасность, то есть, что гладкий путь проходит достаточно далеко от препятствий. Кинематика движения робота является еще одним фактором, который необходимо учитывать при сглаживании траекторий.

3. Цель работы

Цель данной работы заключается в разработке эффективного алгоритма для решения проблемы ограничения гладкости и кривизны алгоритма Rapidly-exploring Random Tree (RRT) и уменьшения длины пути поиска. В данной статье мы модифицируем алгоритм RRT*, добавляя средства сглаживания пути, такие как кривые Безье, B-сплайны и кривые Дубинса, и затем строим лучшую плавную траекторию, которая избегает всех препятствий.

Для достижения поставленной цели мы рассматриваем различные типы препятствий и проводим сравнительный анализ эффективности трех алгоритмов: RRT-Безье, RRT-B-сплайна и RRT-Дубинса.

Литература

1. Karaman S, Frazzoli E. Sampling-based algorithms for optimal motion planning // The International Journal of Robotics Research. 30(7). 2011. p. 846-894.
2. Russell, Stuart J. Artificial intelligence a modern approach // Pearson Education, Inc. 2010
3. Чжан Чэнпэн. Исследование планирования пути улучшенного алгоритма RRT на основе искусственного потенциального поля // StudNet. 4(6). 2021. с. 1961-1977.
4. Юдинцев Богдан Сергеевич. Синтез нейросетевой системы планирования траекторий для группы мобильных роботов // Системы управления, связи и безопасности. 4. 2019. с. 163-186.
5. Zhang H-y, Lin W-m, Chen A-x. Path Planning for the Mobile Robot: A Review // Symmetry. 10(10). 2018. p. 450.
6. LaValle, Steven M. Rapidly-exploring random trees: A new tool for path planning // The annual research report. 1998. p. 11.
7. Lan X D, Di Cairano S. Continuous curvature path planning for semi-autonomous vehicle maneuvers using RRT // 2015 European Control Conference(ECC). 2015. p. 2360-2365.

Математика-2

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРЁХКОМПОНЕНТНОЙ РЕАКЦИИ

Ван Кайчжэн

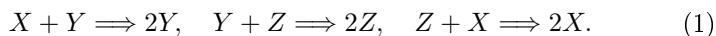
Студент

Факультет ВМК МГУ-ППИ, Шэньчжэнь, Китай

E-mail: wangkz@smbu.edu.cn

Научный руководитель — *Арутюнов Артем Владимирович,
Семендяева Наталья Леонидовна*

Важнейшей задачей химической кинетики является определение механизма химических превращений. Использование системного подхода к изучению химических реакций, объединяющего современные экспериментальные методы и технологии компьютерного моделирования, позволяет открывать новые реакционные маршруты, уточнять кинетические схемы процессов и исследовать абстрактные модели [1]. Одной из таких теоретических кинетических схем является трёхстадийная схема, предложенная в Институте проблем химической физики РАН (Черноголовка) и названная по имени её автора схемой А.Н. Ивановой [2]. Схема А.Н. Ивановой описывает поведение реакционной смеси, содержащей три реагента X , Y и Z :



В данной работе построены и изучены две математические модели химических превращений по схеме А.Н. Ивановой, протекающих в замкнутой и открытой реакционных системах. В первом случае динамика концентраций реагентов описывается системой трёх нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ):

$$\frac{dX}{dt} = -\alpha XY + \gamma XZ, \quad \frac{dY}{dt} = \alpha XY - \beta YZ, \quad \frac{dZ}{dt} = -\gamma XZ + \beta YZ \quad (2)$$

с начальными условиями $X(0) = C_{X_0}$, $Y(0) = C_{Y_0}$, $Z(0) = C_{Z_0}$, которая дополняется уравнением баланса массы $X(t) + Y(t) + Z(t) = d$. Здесь t — время; X , Y , Z — концентрации реагирующих веществ; α , β , γ [ед. вр.⁻¹] — скорости первой, второй и третьей стадий кинетической схемы А.Н. Ивановой, соответственно.

Аналитические исследования показали, что для всех допустимых значений параметров данная система имеет четыре точки покоя. Три точки покоя, расположенные в вершинах двухмерного симплекса, имеют тип седла [3]. Четвёртая точка покоя находится внутри симплекса и является центром (рисунок 1).

Во второй постановке предполагается, что реакция протекает в изотермическом реакторе идеального перемешивания непрерывного действия. В этом случае в математической модели дополнительно учитывается подача реагентов в реактор. Численные исследования показали, что система ОДУ для реактора идеального перемешивания содержит единственный аттрактор — устойчивый фокус, который располагается внутри симплекса. Значит, в изотермическом реакторе идеального перемешивания могут наблюдаться только затухающие колебания.

Иллюстрации

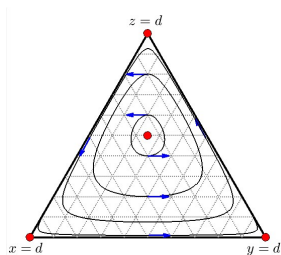


Рис. 1. Фазовый портрет системы (2) на двухмерном симплексе. Значения параметров: $\alpha = 2.0$; $\beta = 1.0$; $\gamma = 1.0$; $d = 5$. Тонкие линии — траектории системы; стрелки указывают направление движения.

Литература

1. M. P. Burke, S. J. Klippenstein. phemeral collision complexes mediate chemically termolecular transformations that affect system chemistry // Nature Chemistry, 2017, Vol. 9, P.1078–1082.
2. А. И. Вольперт, С. И. Худяев. Анализ в классах разрывных функций и уравнений математической физики. М.: Наука, 1975, 396 с.
3. Денисов А. М., Разгулин А. В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. - М.: МАКС Пресс, 2009, 232 с.

**АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ
КОЭФФИЦИЕНТНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ МОДЕЛИ
ПОПУЛЯЦИОННОЙ ДИНАМИКИ С ВОЗРАСТНЫМ И
НАКОПИТЕЛЬНЫМ СТРУКТУРИРОВАНИЕМ**

Ли Суй

Магистр

Факультет ВМК университет МГУ-ППИ в Шэньчжэне, Шэньчжэнь,

Китай

E-mail: lisui1008@163.com

Научный руководитель — Щеглов Алексей Юрьевич

Рассматривается модель развития популяции (см. п. 5.4 [1]) с возрастным структурированием особей и нелинейными накопительными особенностями. При этом прямая задача имеет вид:

$$\left\{ \begin{array}{ll} u_x(x, t) + u_t(x, t) + \mu_0(x) u(x, t) + \mu_1(x) \Psi(S(t)) u(x, t) = 0, & x \in [0, l], \quad t \in [0, l], \\ u(0, t) = \Phi(S(t)) \int_0^l \beta(\xi) u(\xi, t) d\xi, & t \in [0, l], \\ u(x, 0) = \varphi(x), & x \in [0, l], \\ S(t) = \int_0^l \gamma(\xi) u(\xi, t) d\xi, & t \in [0, l]. \end{array} \right.$$

Функция $u(x, t)$ определяет число индивидуумов (их плотность) возраста x в популяции в момент времени t ; функции $\mu_0(x)$ и $\mu_1(x)$ — смертность особей возраста x , соответственно, естественной и проявляющейся в силу перенаселения; $\beta(x)$ и $\gamma(x)$ — плотности репродуктивности (рождаемости) и жизнедеятельности особей возраста x ; функции $\Phi(s)$ и $\Psi(s)$ характеризуют интегральную зависимость рождаемости и смертности от общего объёма $S(t)$ жизнедеятельности популяции.

В рамках обратной задачи требуется восстановить коэффициент $\mu_1(x)$ и затем функцию $u(x, t)$ по заданным значениям функций $\beta(x)$, $\gamma(x)$, $\varphi(x)$, $\mu_0(x)$, $\Psi(s)$, $\Phi(s)$, и по дополнительно известным значению $x_1 \in (0, l]$, и функции $g(t)$, где

$$g(t) = u(x_1, t), \quad t \in [0, l].$$

В схожих постановках задача исследовалась для линейных моделей в [2] — [5]. В работе изучена разрешимость прямой задачи. Предложен алгоритм для обратной задачи восстановления коэффициента

$\mu_1(x)$.

Литература

1. Iannelli M., Milner F. The basic approach to age-structured population dynamics. // Springer Science + Bus. Media, 2017, Dordrecht, The Netherlands, 350 p.
2. Denisov A.M., Makeev A.S. Iterative methods for solving an inverse problem for a population model // Comp. Math. Math Phys. 2004. V.44. № 8. P. 1404-1413.
3. Denisov A. M., Makeev A. S. Numerical method for solving an inverse problem for a population model // Comp. Math. Math. Phys. 2006. V.46, № 3, P. 470-480.
4. Churbanov D. V., Shcheglov A. Yu. An iterative method for solving an inverse problem for a first-order nonlinear PDE with estimates of guaranteed accuracy and the number of steps // Comp. Math. Math. Phys. 2013. 53, №2, P.215-220.
5. Shcheglov A. Yu. Uniqueness of the two functional coefficients in the population-model boundary conditions // J. Comput. Math. Model. 2021. V.32, P. 286-296.

ПОСТРОЕНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ 3-МЕРНОЙ РЕГУЛЯРИЗОВАННОЙ СПЛАЙН-ФУНКЦИИ

Ло Ипин

Студент

Факультет ВМК МГУ-ППИ, Шэньчжэнь, Китай

E-mail: 1956577583@qq.com

Научный руководитель — Ингтем Женни Гастоновна

В вычислительных задачах, очень часто решение строится на некоторой дискретной сетке значений, однако необходимо получить непрерывное представление данного решения. В таких задачах очень удобно использовать интерполяцию, в частности интерполяционный полиномиальный сплайн. Искомое решение задачи представляется в виде полиномиального сплайна. Поскольку на частичных отрезках полиномиальный сплайн представляется полиномом, такой сплайн удобно дифференцировать, интегрировать и т.д.[1-12]. Существует много разных методов построения сплайн функций [1-12]. В настоящей работе рассматривается метод построения интерполяционного сплайна для трехмерных функций. Построенный сплайн принадлежит классу функций непрерывных по всем переменным вместе со всеми своими производными первого порядка, смешанными производными второго и 3-го порядка. Трехмерный сплайн строится на основе одномерных регуляризованных кубических сплайнов[9]. Регуляризованные сплайны являются Эрмитовыми сплайнами значения производных, которых найдены из минимизации нормы первой производной сплайна на всем отрезке интерполяции [9]. То есть 3-мерный сплайн представляется в виде одномерного сплайна по одной переменной коэффициенты, которого являются сплайнами 2-х других переменных, в свою очередь сплайн 2-х переменных является сплайном одной переменной с коэффициентами являющиеся сплайнами другой переменной. Таким образом построение 3-мерного сплайна сводится к поочередному построению сплайна одной переменной. Такой сплайн удобен в использовании в 3-мерных задачах.

Литература

1. Завьялов Ю.С., Квасов Б.И., Мирошниченко В.Л. Методы сплайн-функций. — М.: Наука, 1980.
2. Стечкин С. Б., Субботин Ю. Н. Сплайны в вычислительной математике. — М: Наука, 1976.

3. Ahlberg J. H., Nilson E. N., Walsh J. L. The theory of splines and their applications. New York: Academic Press, 1967.
4. De Boor C. A practical guide to splines. New York: Springer, 1978.
5. Dmitriev V.I., Dmitrieva I.V., Ingtem J.G. Integral Spline function Computational Mathematics and Modeling.
6. Волков Ю.С., Общая задача полиномиальной сплайн-интерполяции, Trudy Instituta Matematiki i Mekhaniki UrO RAN г.2016, №22 стр. 114-125 (doi 10.21538/0134-4889-2016-22-4-114-125)
7. Волков Ю.С., Субботин Ю.Н. 50 лет задаче Шёнберга о сходимости сплайн-интерполяции. Труды Института математики и механики УрО РАН. г. 2014, №20. стр. 52-67.
8. Ingtem J. Minimal-norm-derivative spline function in interpolation and approximation // Moscow University Computational Mathematics and Cybernetics. — 2008. — Vol. 32, no. 4. — P. 201–213.
9. Дмитриев В.И., Ингтем Ж.Г. Метод регуляризованных сплайнов (R-сплайн) для задач приближения функций.
10. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. — М.: Наука, 1979.
11. Д. А. Силаев, “Полулокальные сглаживающие сплайны”, Тр. сем. им. И. Г. Петровского, 29, Изд-во Моск. ун-та, М., 2013, 443–454; J. Math. Sci. (N. Y.), 197
12. Maria C. Mariani, Kanadpriya Basu, Spline interpolation techniques applied to the study of geophysical data, Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, Volume 428, 2015, pp 68-79.

ПРОГРАММНЫЙ ПАКЕТ ПО ЧИСЛЕННОМУ РЕШЕНИЮ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Мяо Цзясюань

Студент

Факультет ВМК МГУ-ППИ имени М. В. Ломоносова, Шэньчжэнь, Китай

E-mail: 2603134281@qq.com

Научный руководитель — А. А. Никитин

Скалярное произведение $\int_{\mathbb{R}^n} f(x)g(x)dx$ будем записывать в виде $\langle f, g \rangle$. Свертку двух функций $\int_{\mathbb{R}^n} f(x-y)g(y)dy$ обозначим через $[f * g]$. Кроме того, положим $d'\omega(x) = \bar{\omega}(x)$ и $bm(x) = \bar{m}(x)$, где d' — агрессивность вида, b — плодовитость вида, константа d представляет собой смертность вида от неблагоприятных условий окружающей среды, $m(x)$ и $\omega(x)$ — ядра движения и конкуренции соответственно. $C(x)$ отображает среднее количество пар организмов на всех возможных расстояниях x .

$$\begin{cases} 0 = (b-d)N - \langle C, \bar{\omega} \rangle \\ 0 = \bar{m}N + [C * \bar{m}] - dC - \bar{\omega}C - \\ - \frac{\alpha}{2N} (C\langle \bar{\omega}, C \rangle + C[\bar{\omega} * C] + [\bar{\omega}C * C] - d'N^4) + \\ + \frac{1-\alpha}{N} C\langle \bar{\omega}, C \rangle. \end{cases} \quad (1)$$

Система (1) полностью делится на N^2 , и пусть $\bar{C} = \frac{C}{N^2}$, $\langle \bar{\omega}, \bar{C} \rangle = Y$. Тогда из первого уравнения получим

$$N = \frac{b-d}{\langle \bar{\omega}, \bar{C} \rangle} = \frac{b-d}{Y}.$$

Подставив это выражение во второе уравнение системы, сделаем замену переменных: $\bar{C} = Q + 1$, мы получим:

$$\left(\bar{\omega} + b - \frac{\alpha}{2} \left(b - d - \frac{d'(b-d)}{Y} \right) \right) Q = \frac{Y\bar{m}}{b-d} - \bar{\omega} + [\bar{m} * Q] - \alpha \frac{b-d}{2Y} ((Q+2)[\bar{\omega} * Q] + [\bar{\omega}Q * Q]), \quad (2)$$

где $Y = Y(Q) = \langle \bar{\omega}, Q + 1 \rangle$. Будем называть (2) уравнением равновесия. И $Q(x) = \frac{C(x)}{N^2} - 1$ ($\lim_{|x| \rightarrow +\infty} C(x) = N^2$).

$$Q = \frac{\frac{Y\bar{m}}{b-d} - \bar{\omega} + [\bar{m} * Q] - 2\alpha \frac{b-d}{2Y} [\bar{\omega} * Q] - \alpha \frac{b-d}{2Y} [\bar{\omega}Q * Q]}{\bar{\omega} + b - \frac{\alpha}{2} \left(b - d - \frac{d'(b-d)}{Y} \right) + \alpha \frac{b-d}{2Y} [\bar{\omega} * Q]} \quad (3)$$

Метод рядов Неймана - это численный метод решения интегральных уравнений. Его основная идея заключается в том, чтобы преобразовать интегральное уравнение в форму бесконечного ряда, а затем, отрезая первые несколько членов ряда, приблизительно решить

исходное интегральное уравнение. Ниже приведены общие шаги для использования метода рядов Неймана при решении интегрального уравнения:

$$u(x) = f(x) + \int_a^b K(x, t)u(t)dt$$

Где $K(x, t)$ - известная интегральная ядерная функция, а $f(x)$ - известная функция.

$$u(x) = f(x) + \sum_{n=1}^{\infty} \int_a^b K(x, t)u_n(t)dt$$

Здесь $u_n(t)$ представляет собой n -ый член ряда.

Записываем рекуррентное соотношение ряда в матричной форме:

$$u^{(n+1)}(x) = f(x) + \int_a^b K(x, t) \sum_{k=0}^n u^{(k)}(t)dt$$

Где $u^{(k)}(t)$ обозначает первые k членов ряда.

Решение матричного уравнения через итерационный процесс:

$$U^{(n+1)} = F + KU^{(n)}$$

где $U^{(n)}$ представляет собой вектор $u^{(n)}(t)$, а F и K соответственно представляются в матричной форме для функций $f(x)$ и $K(x, t)$. Используя первые n членов ряда, можно приближенно решить исходное интегральное уравнение

$$u(x) \approx u^{(n)}(x)$$

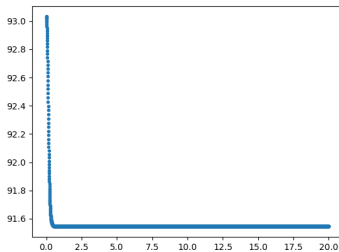
Что же касается интегрирования при вычислении Y , $[\bar{w}*Q]$, $[\bar{m}*Q]$ и $[\bar{w}Q*Q]$, то самый простой способ — это разбить область интегрирования (в нашем случае отрезок, так как мы пренебрегаем значениями функций на ветвях, где они стремятся к нулю) на много маленьких отрезков, приближаем (аппроксимируем) функцию на маленьком отрезке значением в одной точке и считаем сумму как бы площадей этих маленьких по ширине столбиков. Для этого необходим один проход циклом, а точность зависит от количества маленьких отрезков — частоты дискретизации. Есть и более быстрые, но сложные методы, например быстрое преобразование Фурье, но и цикла для решения задачи достаточно. Мы не можем точно вычислить бесконечный интеграл, но, поскольку мы преобразовали функцию S в функцию Q , предел Q равен 0, поэтому $[\bar{w}*Q]$, $[\bar{m}*Q]$ и $[\bar{w}Q*Q]$ будет четной функцией, сходящейся к нулю. Поэтому мы выбираем интервал для приближения, конечно, чем больше интервал, тем более точен результат.

В данной задаче мы выбираем в качестве ядерной функции ядро Гаусса:

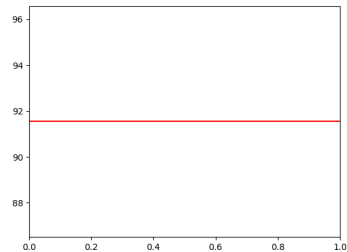
$$\omega(x) = m(x) = \frac{1}{\sqrt{2\sigma^2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\frac{x^2}{\sigma^2}}, \quad b = 1, d = 0, d' = 0.1.$$

Мы будем использовать язык программирования C++ для вычисления интеграла и итерационного метода ряда Неймана. При вычислении интеграла, поскольку подынтегральная функция является четной функцией, мы вычисляем только интервал от 0 до 20. Мы разделим интервал от 0 до 20 на 5000 равных частей и вычислим интеграл с использованием метода прямоугольников. После этого мы проводим итерации целевой функции с использованием метода ряда Неймана, количество итераций составляет 1000 раз, и начальное значение, которое мы подставляем, $Q(x) = 0$. В итоге мы получили функцию Q при условии использования гауссового ядра ($\sigma = 0.1$). Поскольку $Q(x) = \frac{C(x)}{N^2} - 1$, то $C(x) = (Q(x) + 1)N^2$. Первый момент N равен 91.54439. Из данного графика можно увидеть, что при приближении x к бесконечности функция $C(x)$ стремится к N^2 .

Иллюстрации



(a) функции C



(b) $N^2 = 91.54439$

Рис. 4: Численное решение для функции C и N^2

Литература

1. Kendall E Atkinson. "The Numerical Solution of Integral Equations of the Second Kind". B: Cambridge University Press, (1997).
2. Benjamin Bolker и Stephen W Pacala. "Using moment equations to understand stochastically driven spatial pattern formation in ecological systems". B: Theoretical population biology 52.3 (1997), с. 179—197.

3. David J Murrell, Ulf Dieckmann и Richard Law. “On moment closures for population dynamics in continuous space”. В: Journal of theoretical biology 229.3 (2004), с. 421—432.
4. А.А. Никитин и М.В. Николаев. “Принцип Лере-Шаудера в задаче об одном нелинейном интегральном уравнении”.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ЗОНДИРОВАНИЙ СЛОИСТЫХ СРЕД

Сизов Григорий Алексеевич

Студент

Факультет ВМК МГУ-ППИ, Шэньчжэнь, Китай

E-mail: grigoriy.sizov@gmail.com

Научный руководитель — Ингтем Женьи Гастоновна

В докладе описывается новый способ решения одномерной обратной задачи электромагнитного зондирования при помощи машинного обучения. Обратная задача электромагнитного зондирования заключается в определении электропроводности при заданном адмитансе среды на поверхности. Адмитанс представляется в виде функции частоты поля. Классический метод решения такой задачи сводится к решению вариационной задачи и решается с помощью итераций. Обратная задача является неустойчивой и требует большие затраты времени ЭВМ для вычисления градиента функционала.

Во время исследования нового подхода, на современном языке программирования Python была разработана модель машинного обучения. Модель, обученная на множественных решениях прямой задачи, и позволяет выдать эффективное распределение электропроводности слоистой среды.

Решение прямой задачи было основано на [1]. Теория электромагнитного поля основана на системе уравнений Максвелла. В областях, где среда однородна и изотропна, и при отсутствии сторонних источников уравнения Максвелла принимают вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{rot} \vec{H}(t) = \frac{\vec{E}(t)}{\rho} + \frac{\varepsilon \partial \vec{E}(t)}{\partial t} \\ \operatorname{rot} \vec{E}(t) = -\mu \frac{\partial \vec{H}(t)}{\partial t} \\ \operatorname{div} \vec{H}(t) = 0 \\ \operatorname{div} \vec{E}(t) = 0 \end{array} \right. \quad (1)$$

Здесь $\vec{E}(t)$ и $\vec{H}(t)$ - напряженности электрического и магнитного полей, ρ , ε , и μ свойства среды (сопротивление, диэлектрическая и магнитная проницаемости). Обычно в структурной электроразведке рассматриваются немагнитные горные породы, для которых μ равна μ_0 - магнитной проницаемости вакуума.

Обратная задача электромагнитного зондирования состоит в определении $\sigma(z)$, если задано дополнительное условие. Например, на поверхности слоистой среды (при $z = 0$) известен адмитанс среды как функция частоты поля ω .

$$Y = \frac{H_y(z=0)}{E_x(z=0)} = \frac{1}{i\mu\omega E_x^0} \frac{dE_x(z=0)}{dz} \quad (2)$$

Литература

1. Бердичевский М. Н., Дмитриев В. И. Магнитотеллурическое зондирование горизонтальнонеоднородных сред.-М.Недра. 1992
2. Дмитриев В. И. Морские электромагнитные зондирования. Москва АРГАМАК-МЕДИА 2014
3. Дмитриев В. И. Обратные задачи геофизики. -М. Макс-Пресс
4. Дмитриев В. И. Обратные задачи частотного зондирования слоистых сред. Труды факультета ВМК т. 51. Москва. Макс-ПРЕСС 2016

Многовидовая модель популяционной динамики

Тан Ин

Студентка

Факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, Шэньчжэнь, Китая

E-mail: 1120190057@smbu.edu.cn

Научный руководитель — Никитин Алексей Антонович

Определение 1. Первый момент (средняя ожидаемая плотность индивидов) i -го вида определяется как математическое ожидание средних плотностей $N_i(p)$ по пространству паттернов в момент времени:

$$N_i(t) = \mathbb{M}_p N_i(p)$$

Определение 2. Пространственными моментами второго и третьего порядка будем называть математические ожидания по пространству паттернов в момент времени t :

$$C_{ij}(\xi, t) = \mathbb{M}_p C_{ij}(\xi, p)$$

$$T_{ijk}(\xi, \xi', t) = \mathbb{M}_p T_{ijk}(\xi, \xi', p)$$

Используя теорию точечных процессов, может быть получена результирующая система уравнений динамики пространственных моментов:

Определение 3. Уравнения динамики первого момента:

$$\frac{d}{dt} N_i = (b_i - d_i) N_i - \sum_{j=1}^2 d'_{ij} \int_{\mathbb{R}^n} w_{ij}(\xi) C_{ij}(\xi) d\xi$$

Определение 4. Уравнения динамики второго момента:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} C_{ij}(\xi) = & \delta_{ij} b_i m_i(-\xi) N_i + b_i \int_{\mathbb{R}^n} m_i(\xi') C_{ij}(\xi + \xi') d\xi' - d_i C_{ij}(\xi) - \\ & - \sum_{j=1}^2 d'_{ik} \int_{\mathbb{R}^n} w_{ik}(\xi') T_{ijk}(\xi, \xi') d\xi' - d'_{ij} w_{ij}(\xi) C_{ij}(\xi) + \\ & \delta_{ji} b_j m_j(\xi) N_j + b_j \int_{\mathbb{R}^n} m_j(\xi') C_{ji}(-\xi + \xi') d\xi' - d_j C_{ji}(-\xi) - \\ & - \sum_{j=1}^2 d'_{jk} \int_{\mathbb{R}^n} w_{jk}(\xi') T_{jik}(-\xi, \xi') d\xi' - d'_{ji} w_{ji}(-\xi) C_{ji}(-\xi) \end{aligned}$$

каждое слагаемое в приведенном уравнении может быть проинтерпретировано с биологической точки зрения.

Для разрешения возникающей иерархии зависимостей используются техника «замыканий пространственных моментов», т.е. динамика пространственного момента k -го порядка зависит от пространственного момента $k + 1$ -го порядка.

В настоящей работе, для проведения численных расчетов мы использовали «параметрическое замыкание» третьего момента:

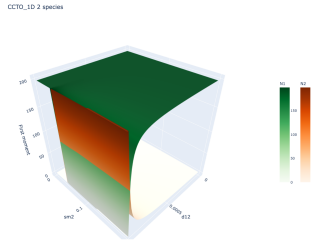
$$T_{ijk}(\xi, \xi') = \frac{\alpha}{2} \left(\frac{C_{ij}(\xi)C_{ik}(\xi')}{N_i} + \frac{C_{ij}(\xi)C_{jk}(\xi' - \xi)}{N_j} + \frac{C_{ik}(\xi')C_{jk}(\xi' - \xi)}{N_k} - 1 \right) + (1 - \alpha) \frac{C_{ij}(\xi)C_{ik}(\xi')}{N_i}$$

Перепишем полученную систему в операторном виде для дальнейшей работы:

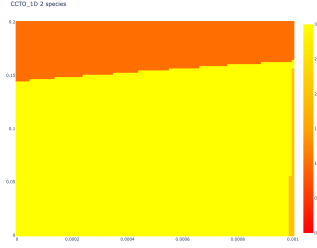
$$\begin{cases} N_1 = L_1(y_{11}, y_{12}, y_{21}, y_{22}) \\ N_2 = L_2(y_{11}, y_{12}, y_{21}, y_{22}) \\ D_{11} = K_{11}(N_1, N_2, D_{11}, D_{12}) \\ D_{12} = K_{12}(N_1, N_2, D_{11}, D_{12}, D_{22}) \\ D_{22} = K_{22}(N_1, N_2, D_{21}, D_{22}) \end{cases}$$

Для решения этой системы применим метод рядов Неймана.

Реализация механизма Competition-colonization trade-off в пространстве параметров σ_2^m и d'_{12} в случае одномерной области. Оставшиеся параметры выбраны следующим образом: $b_1 = b_2 = 0.4$, $d_1 = d_2 = 0.2$, $d'_{11} = d'_{22} = d'_{21} = 0.001$, $\sigma_1^m = 0.04$, $\sigma_{11}^w = \sigma_{12}^w = \sigma_{21}^w = \sigma_{22}^w = 0.04$.



Поверхности первых моментов N_1 и N_2 в одномерном пространстве параметров.

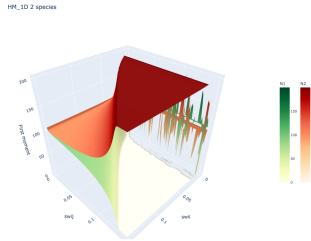


Области сосуществования в одномерном пространстве параметров.

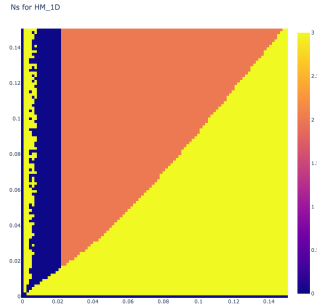
Исходя из полученных результатов, необходимо сделать следующий набор выводов и подчеркнуть следующие особенности:

- Не трудно заметить, что увеличение σ_2^m приводит к исчезновению сильного вида;
- Если значения σ_2^m и d'_{12} находятся в более узком диапазоне, два вида могут сосуществовать одновременно.

Реализация механизма Heteromyoria в пространстве параметров $\sigma_{11}^w = d\sigma_{22}^w$ и $\sigma_{12}^w = d\sigma_{21}^w$ в случае одномерной области. Оставшиеся параметры выбраны следующим образом: $b_1 = b_2 = 0.4$, $d_1 = d_2 = 0.2$, $d'_{11} = d'_{22} = d'_{21} = 0.001$, $\sigma_1^w = \sigma_2^w = 0.06$.



Поверхности первых моментов N_1 и N_2 в одномерном пространстве параметров.



Области сосуществования в одномерном пространстве параметров.

Исходя из полученных результатов, необходимо сделать следующий набор выводов и подчеркнуть следующие особенности:

- В целом, корректность предложенного механизма была подтверждена в случае одномерной области;
- Согласно представленному рисунку, разработанный численный метод, содержит набор численных артефактов.

Литература

1. Dieckmann U., Law R., Relaxation Projections and the Method of Moments // The Geometry of Ecological Interactions: Simplifying Spatial Complexity / под ред. Law R., Dieckmann U., Metz JAJ, Cambridge University Press, 2000, pp.412-455.
2. Murrell D. J., Dieckmann U., Law R. On moment closures for population dynamics in continuous space // Journal of Theoretical Biology. (2004)
3. Raghib, M., Hill, N.A. & Dieckmann, U. J. Math. Biol. (2011)
4. Никитин А. А., Савостьянов А. С., Нетривиальные стационарные точки двухвидовых самоструктурирующихся сообществ // Вестник Московского университета, Серия 15: Вычислительная математика и кибернетика. М., 2017, No.3,pp. 1–12.

**ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ
УРАВНЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ С КРАЕВЫМ УСЛОВИЕМ
III РОДА И ВОССТАНОВЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА В
КРАЕВОМ УСЛОВИИ**

Тан Цзычэн

Студентка

Факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, Шэньчжэнь, Китай

E-mail: 1120190041@smbu.edu.cn

Научный руководитель — Щеглов Алексей Юрьевич

Для функции $u(x, t)$ рассматривается смешанная краевая (прямая) задача

$$u_{tt}(x, t) = a^2 u_{xx}(x, t) + f(x)g(t), \quad (x, t) \in Q_T, \quad (1)$$

$$[u(x, t) - \beta u_x(x, t)]|_{x=0} = \mu(t), \quad u_x(x, t)|_{x=l} = 0, \quad 0 \leq t \leq T, \quad (2)$$

$$u(x, t)|_{t=0} = \varphi(x), \quad u_t(x, t)|_{t=0} = \psi(x), \quad 0 \leq x \leq l, \quad (3)$$

где $Q_T = \{(x, t) : 0 < x < l, 0 < t \leq T\}$. Уравнение (1) и условия (2) описывают изменение амплитуды $u(x, t)$ малых поперечных колебаний струны, левый конец которой упруго закреплен [1], а правый свободен. Произведение $f(x)g(t)$ определяет линейную плотность силы, действующей на боковую поверхность струны, коэффициент a – скорость распространения колебаний вдоль струны, коэффициент β – натяжение струны по направлению ее оси, функция $\mu(t)$ – траектория движения внешней точки, упруго взаимодействующей со струной при $x = 0$.

Идентификация параметров в подобных задачах привлекает повышенное внимание в геофизике [2], в задачах управления [3, 4], в обратных задачах [5-7].

Выделяются достаточные условия разрешимости прямой задачи для перехода к исследованию и решению обратной задачи, в которой при дополнительно заданной функцией $h(t) = u(l, t)$, $t \in [0, T]$, требуется восстановить функции $f(s)$ и $\mu(t)$ при $s \in [0, l]$, $t \in [0, \hat{T}]$, $\hat{T} = T - (l/a)$, и затем получить решение $u(x, t)$ задачи (1)-(3) на множестве $\Lambda_{l,T} = \{(x, t) : 0 \leq t \leq T - (l-x)/a, 0 \leq x \leq l\}$.

Литература

1. Тихонов А.Н., Самарский А.А. // Уравнения математической физики. М. 1953.
2. Yilmaz O. // Seismic data analysis. 1. Tulsa: SEG, 2001.
3. Vasil'ev F.P., Kurzanskij M.A., Razgulin A.V. // On using Fourier method for solving a problem of string vibration control // Moscow Univ. Comput. Math. and Cybern. 1993. №2. P. 3-8.
4. Moiseev E.I., Kholomeeva A.A. // Solvability of the mixed problem for the wave equation with a dynamic boundary condition // Dif. Eqs. 2012. V.48. №10. P.1392-1397.
5. Cannon J.R., Du Chateau P. // An inverse problem for an unknown source term in a wave equation // SIAM J. Appl. Math. 1983. V.43. №3. P. 553-564.
6. Zhang Guan Quan. On an inverse problem for 1-dimensional wave equation // Sci. China. Ser.A. Math., Phys., Astron. and Tech. Sci. 1989. V.32. №3. P.257-274.
7. Shcheglov A., Andreyanova O. // The inverse problem for the nonhomogeneous oscillation equation on a half-line with a boundary condition of the third kind // Comput. Math and Modeling. 2022. V.33, №1. P.9-23.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ БИМОЛЕКУЛЯРНОЙ РЕАКЦИИ В РЕАКТОРЕ ИДЕАЛЬНОГО СМЕШЕНИЯ

Чжан Иминь

Студент

Факультет ВМК МГУ-ППИ, Шэньчжэнь, Китай

E-mail: wangkz@smbu.edu.cn

Научный руководитель — *Арутюнов Артем Владимирович,
Семендяева Наталья Леонидовна*

Химический реактор – основной элемент технологической схемы производства любого химического продукта. Неустойчивая работа реактора может привести к нежелательным последствиям – сокращению производительности, браку, поломкам, взрывам, экологическим катастрофам. С другой стороны, при некоторых устойчивых нестационарных химических режимах возможно повышение выхода целевых продуктов [1]. Исследование стационарных состояний химического реактора и определение их устойчивости является важным этапом обеспечения промышленной безопасности химического производства [2].

В данной работе проведено исследование математической модели гомогенной бимолекулярной реакции $A + B \Rightarrow D$, протекающей в реакторе идеального смешения. Примером такой реакции является образование метильных и гидропероксидных радикалов в реакции $\text{CH}_4 + \text{O}_2 \rightarrow \text{CH}_3\bullet + \text{HO}_2\bullet$, которая является одним из каналов разветвления в сложном процессе окисления метана.

Рассмотрены два тепловых режима: изотермический и неизотермический. В первом случае температура реагентов на входе и выходе из реактора, а также в объёме реактора, постоянна. Изменение концентраций веществ A и B описывается системой двух нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -kxy + \gamma(x_0 - x), \\ \frac{dy}{dt} = -kxy + \gamma(y_0 - y) \end{cases} \quad (1)$$

с начальными условиями $x(0) = \bar{x}_0$, $y(0) = \bar{y}_0$. Здесь x – концентрация вещества A , y – концентрация вещества B , t – время, k – скорость реакции, γ – скорость подачи реагирующей смеси в реак-

тор, x_0 и y_0 — начальные концентрации веществ A и B на входе в реактор.

Установлено, что единственная точка покоя системы (1) при любых физически допустимых значениях параметров задачи является устойчивым узлом [3].

При рассмотрении реакции $A + B \Rightarrow D$, протекающей в неизо-термическом тепловом режиме, необходимо учитывать изменение температуры в реакторе и вызванное им изменение скорости химической реакции. Математическая модель бимолекулярной реакции содержит дополнительное уравнение теплового баланса:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -\bar{k}e^{-\frac{E}{u}}xy + \gamma(x_0 - x), \\ \frac{dy}{dt} = -\bar{k}e^{-\frac{E}{u}}xy + \gamma(y_0 - y), \\ \frac{du}{dt} = \mu\bar{k}e^{-\frac{E}{u}}xy + (\gamma + \gamma_0)(u_0 - u); \end{cases} \quad (2)$$

$x(0) = \bar{x}_0$, $y(0) = \bar{y}_0$, $u(0) = \bar{u}_0$. Здесь $\bar{k}$ — предэкспоненциальный множитель (фактор столкновений реагирующих молекул), E — энергия активации реакции, u — температура в реакторе, γ_0 — скорость теплообмена между газом и стенкой реактора, μ — тепловой эффект реакции.

Исследования показали, что при определённых значениях параметров модели одна из точек покоя данной системы может быть неустойчивым фокусом. В этом случае в реакционной системе могут возникнуть незатухающие колебания, а фазовый портрет системы будет содержать устойчивый предельный цикл.

Литература

1. Arutyunov A. V., Belyaev A. A., Lidskii B. V., Nikitin A. V., Posvyanskii V. S., Arutyunov V. S. Thermokinetic oscillations in the partial oxidation of methane // Russian Journal of Physical Chemistry B. — 2017. — V. 11, № 3. — P. 403-410.
2. Вольтер Б. В., Сальников И. Е. Устойчивость режимов работы химических реакторов. — М.: Химия» 1972, 192 с.
3. Денисов А. М., Разгулин А. В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. - М.: МАКС Пресс, 2009, 232 с.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ДИНАМИКИ ПОГЛОЩЕНИЯ ГАЗА С УЧЁТОМ СКОРОСТИ ПЕРЕНОСА В СОРБЦИОННОЙ КОЛОНКЕ

Чжан Исун

Студент

Факультет ВМК МГУ-ППИ, Шэньчжэнь, Китай

E-mail: 1120190045@smbu.edu.cn

Научный руководитель — Щеглов Алексей Юрьевич

Рассматривается нелинейная модель сорбционной динамики [1] с уравнением переноса, моделирующим поглощение газа и его распространение в трубке:

$$\begin{cases} u_t(x, t) + a_t(x, t) + vu_x(x, t) = 0, & x \in [0, l], & t \in [0, T], \\ a_t(x, t) = \varphi(u(x, t)) - a(x, t), & x \in [0, l], & t \in [0, T], \\ u(0, t) = \mu(t), & t \in [0, T], \\ u(x, 0) = 0, & a(x, 0) = 0, & x \in [0, l], \end{cases}$$

где функция $u(x, t)$ определяет концентрацию (плотность) газа в сечении x сорбционной трубки (колонки) в момент времени t ; $a(x, t)$ определяет концентрацию газа в зернах сорбента (вещества, поглощающего газ), расположенных внутри трубки в сечении x в момент времени t ; функция $\mu(t)$ задает концентрацию газа в потоке на входе в трубку при $x = 0$; значение v – скорость потока газа вдоль оси трубки между зернами сорбента (в порах сорбента); функция $\varphi(s)$ – изотерма сорбции, указывающая зависимость между плотностью газа в порах и в зернах сорбента, в зависимости от плотности газа в порах.

При решении задачи требуется определить функции $u(x, t)$ и $a(x, t)$, $x \in [0, l]$ и $t \in [0, T]$ по заданным значениям l , T , v и функциям $\mu(t) \in C^1[0, T]$ и $\varphi(s) \in C^1(R)$ при условии ограниченности положительных производных этих функций в соответствии с ограничениями, следующими из особенностей модели. Учитывая нелинейность задачи для аппроксимации решения используется преобразование дифференциальных уравнений к эквивалентной системе интегральных уравнений в сочетании с методом последовательных приближений для ее решения.

В интересной для анализа модели обратной задаче требуется восстановить изотерму $\varphi(s)$ и затем функции $u(x, t)$ и $a(x, t)$ по задан-

ным значениям функции $\mu(t)$ и по дополнительно известной функции $h(t) = u_x(0, t)$, $t \in [0, T]$.

В близких постановках задача исследовалась в работах [2] -[4].

Литература

1. Денисов А. М., Лукшин А. В. Математические модели однокомпонентной динамики сорбции. М.: Изд-во Моск. ун-та. 1989. 72 с.
2. Denisov A.M., Туйкина С. Р. О некоторых обратных задачах неравновесной динамики сорбции // ДАН СССР. 1984. Т. 276, № 1. С. 100–102.
3. Zhang Y., Lin G., Forssen P., Gulliksson M., Fornstedt T., Cheng X. A regularization method for the reconstruction of adsorption isotherms in liquid chromatography // Inverse Probl. 2016 V.32, № 10. 105005.
4. Tuikina S.R. A numerical method for the solution of two inverse problems in the mathematical model of redox sorption // J. Comp. Mathematics and Modeling. 2020. V.31, № 1. P. 96–103.

СИМУЛЯЦИОННЫЙ ПОДХОД К ИЗУЧЕНИЮ МОДЕЛИ, ОСНОВАННОЙ НА ИНДИВИДУАЛЬНОСТЯХ

Чэ Пейцзе

Студент

Факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: 1120190002@smbu.edu.cn

Научный руководитель — *Никитин Алексей Антонович*

Тремя основными функциями используются для описания динамики модели Дикмана и Лоу [1][2].

- $N(t)$ - первый момент, имеет смысл средней плотности в момент времени t .
- $C(x, t)$ - второй момент, имеет смысл плотности пар индивидов, находящихся на расстоянии x .
- $T(x, y, t)$ - третий момент, имеет смысл плотности троек индивидов, в которых второй индивид сдвинут относительно первого на x а третий на y .

У. Дикманом и Р. Лоу были выведена система уравнений динамики пространственных моментов [1][2].

$$\begin{cases} \frac{dN}{dt} = (b - d)N - d' \int_{\mathbb{R}^n} C(x)w(x) dx, \\ \frac{dC(x)}{dt} = bm(x)N + \int_{\mathbb{R}^n} bm(y)C(x + y) dy - (d + d'w(x))C(x) - \\ - \int_{\mathbb{R}^n} d'w(y)T(x, y) dy. \end{cases} \quad (1)$$

Для решения системы уравнения (1) используется метод замыкания [3]. В нашей работе рассматривается семейство замыканий с тремя параметрами вида:

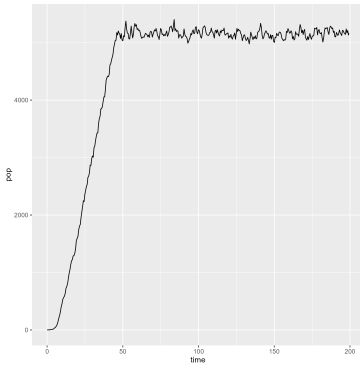
$$T_{\alpha, \beta, \gamma}(x, y) = \frac{1}{\alpha + \gamma} \left(\alpha \frac{C(x)C(y)}{N} + \beta \frac{C(x)C(x - y)}{N} + \gamma \frac{C(y)C(y - x)}{N} - \beta N^3 \right). \quad (2)$$

Условия, которым должно удовлетворять замыкание:

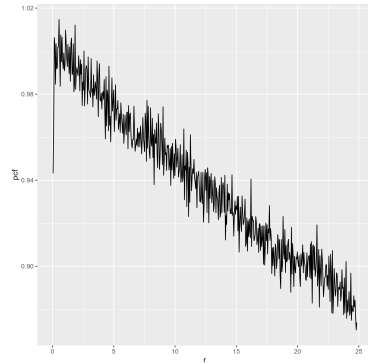
$$\lim_{|x| \rightarrow +\infty} T(x, y) = NC(y). \quad \lim_{|y| \rightarrow +\infty} T(x, y) = NC(x). \quad C = N^2 \Rightarrow T = N^3$$

Компьютерную реализацию этих симуляций можно найти по ссылке (<https://github.com/YegorGalkin/RcppSim>).

Иллюстрации



(а) Популяция



(b) Парная корреляционная функция

Рис. 5: Результаты симуляции для первого и второго момента

Литература

1. Dieckmann U., Law R. Moment approximations of individual-based models // The Geometry of Ecological Interactions: Simplifying Spatial Complexity / Ed. by U. Dieckmann, R. Law, J. Metz. Cambridge University Press. P. 252–270. 2000.
2. Dieckmann U., Law R. Relaxation projections and the method of moments // The Geometry of Ecological Interactions: Simplifying Spatial Complexity / Ed. by U. Dieckmann, R. Law, J. Metz. Cambridge University Press. P. 412–455. 2000.
3. Murrell D. J., Dieckmann U. On moment closures for population dynamics in continuous space // J. Theor. Biology. 229. PP. 421–432. 2004.

Программирование

РАЗРАБОТКА КОМПОНЕНТОВ ЭЛЕКТРОННОГО ЗАДАЧНИКА ПО ПАРАЛЛЕЛЬНОМУ ПРОГРАММИРОВАНИЮ НА БАЗЕ ТЕХНОЛОГИИ MPI

Ван Синьци

Студент

Факультет ВМК МГУ–ППИ, Шэньчжэнь, Китай

E-mail: wangxq_0626@163.com

Научный руководитель — Абрамян Михаил Эдуардович

В докладе описываются результаты, полученные при анализе системы Microsoft MPI, которая предназначена для разработки программ, использующих технологию MPI [1] (Message Passing Interface, параллельный интерфейс, основанный на передаче сообщений). Обнаружены проблемы с использованием ряда функций стандарта MPI 2.0, связанных с параллельным файловым вводом-выводом. Описаны функции, вызов которых приводит к некорректной работе параллельного приложения. Рассмотрены различные версии системы Microsoft MPI с целью обнаружения аналогичных проблем.

Также проанализированы возможности системы Microsoft MPI, соответствующие последним стандартам MPI (3.0 и выше), и разработаны учебные задания для задачника Programming Taskbook for MPI-2 [2], позволяющие изучить эти возможности.

Литература

1. MPI: A Message-Passing Interface Standard. Version 4.0 / Message Passing Interface Forum, 2021. 1139 pp. [Electronic resource] URL: <https://www.mpi-forum.org/docs/mpi-4.0/mpi40-report.pdf>.
2. Абрамян М. Э. Электронный задачник по параллельному программированию на базе интерфейса MPI стандарта 2.0 // Современные информационные технологии и ИТ-образование. 2017. Том 13, № 4. С. 91–104.

АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО ВЫПУСКА

Е Цзыхао

Студент

Факультет ВМК МГУ–ППИ, Шэньчжэнь, Китай

E-mail: 3395547442@qq.com

Научный руководитель — Крайнюков Николай Иванович

В докладе рассматриваются методы и алгоритмы решения задачи оптимального выпуска продукции. Эта задача является актуальной, ее решение позволит найти оптимальную номенклатуру выпуска продукции при изменении цен на сырье. База данных и разработанные алгоритмы нашли практическое применение в работе университетской столовой (столовая Гуандунского технологического педагогического университета (кампус Хэюань)).

Цены на блюда устанавливаются по рыночным ценам, и надо выбрать оптимальный план, чтобы максимизировать прибыль, в то же время необходимо учитывать изменения цен на сырье.

Данные по ценам на сырь были получены из официального сайта - министерство сельского хозяйства Китая (<http://english.moa.gov.cn>). Кроме того в базе данных представлены данные по составу блюд (Menu), данные по зарплатам сотрудников столовой и данные о потреблении (Рекомендации по здоровому питанию). Все эти данные сохранили в таблицах базы данных Sqlite3. SQL - запросы к базе данных обрабатывались функциями пакета Sqlite3 языка Python3.

$$\begin{aligned} & \max_x f^T x, \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} A \cdot x \leq b, \\ Aeq \cdot x = beq, \\ lb \leq x \leq ub. \end{cases} \end{aligned}$$

x – Вектор переменных. (x1,x2,x3, ...)
f – Матрица коэффициентов целевой функции.
A – Матрица коэффициентов условий ограничения неравенства.
b – Вектор постоянных условий ограничения неравенства. (b1,b2,b3, ...)
Aeq – Матрица коэффициентов условий ограничения равенства.
beq – Вектор постоянных ограничения равенства. (beq1, beq2, beq3, ...)
lb и **ub** – Область определения переменных x.

Рис 1. Постановка задачи

Динамика цен на ингредиенты представлена на рис.2. Для аппроксимации динамики цен использовался полином и применялся метод наименьших квадратов.

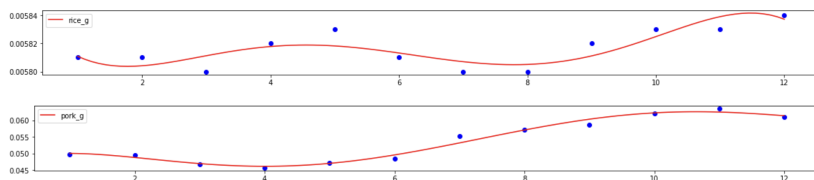


Рис 2. Динамика цен ингредиентов

Для оптимизации распределения цен блюд в столовой было составлено 1120 комбинации различных блюд и выбрана 19 блюд с ограничениями по цене и максимальной прибыли.

Для решения задачи выбора блюд мы накладываем ограничение на матрицу A так, чтобы цены каждой комбинации набора блюд не превышали 25 юней и фиксируем, что стоимость 150g блюд находились на заданных границах lb и ub .

Задача оптимального выпуска решена с использованием разработанного класса Simplex (Реализованы методы: `getTableau`, `printOrigin`, `printTableau`, `optimize` и другие методы). Для сравнения использовался пакет `scipy.optimize` библиотечной функции `linprog`. Оптимальный план получен после решения задачи оптимального выпуска показал надостаточный объём прибыли в летние месяцы: июль и август. (См: рис 3).

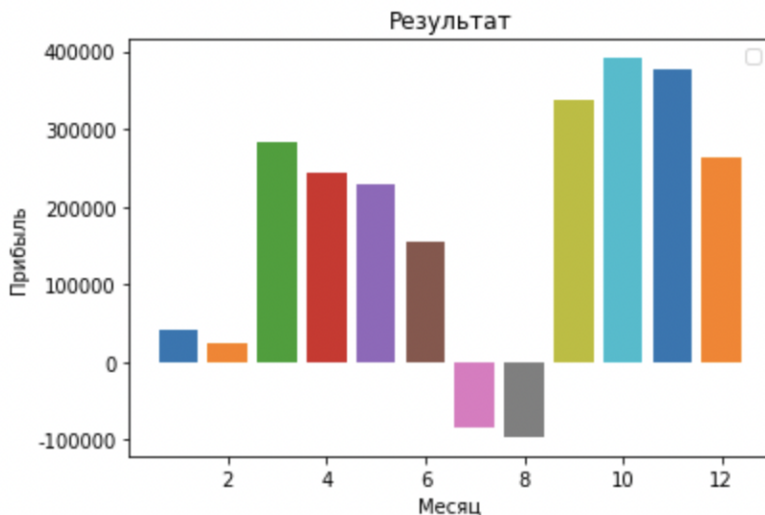


Рис 3. Прибыль

Литература

1. Слабнов В. Д. Численные методы и программирование : учебное пособие/ В. Д. Слабнов. Санкт-Петербург : Лань, 2021. 460 с.
2. Чернов В.П. Математические модели и методы в экономике и менеджменте: Учебное пособие. - СПб.: Изд-во СПбГУЭФ, 2010.- 235 с.

ПРОГРАММЫ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ ПОЛУГРУППЫ КОНЕЧНОГО АВТОМАТА PRI И ИССЛЕДОВАНИЕ ПОСТРОЕННЫХ ПОЛУГРУПП

Мэн Линцянь

Студент

*Факультет ВМК университет МГУ-ППИ в Шэньчжэне, Шэньчжэнь,
Китай*

E-mail: kostya45e@mail.ru

Научный руководитель — Мельников Борис Феликсович

В докладе описываются программы для построения полугруппы конечного автомата PRI и связанное исследование построенных полугрупп.

Для получения конечного автомата PRI подробно рассмотрены соответствующая процедура и программа, являющаяся абстракцией покрытия последовательности слов в определенном смысле. Из анализа алгоритма следует полугруппа, и исследуем свойства полученной полугруппы.

Рассматривая процесс получения полугруппы по буквам, которые связаны с морфизмом другого языка, доказываем полугруппу теоретически.

Следовательно, программная проверка подтверждающая замкнутость и ассоциативность полугруппы, проводится для каждого подмножества множества собственных префиксов основного языка. Первый этап исследования повторяется на различных основных языках, для увеличения числа рассматриваемых ситуаций. Рассматриваемые полугруппы представлены в форме таблицы, которая является результатом первого этапа.

На втором этапе работы проводится исследования свойств полученных полугрупп. При различных полугруппах проверяем свойства присутствия идемпотента и цикличности, вычисляем наименьшую подполугруппу и степень, приводим порядок и аналог таблицы умножения.

Литература

1. Мельников Б. Ф. Варианты конечных автоматов, соответствующих бесконечным итерационным деревьям морфизмов. Часть I. International Journal of Open Information Technologies ISSN: 23078162 vol. 9, no. 7, 2021

2. Мельников Б. Ф. Варианты конечных автоматов, соответствующих бесконечным итерационным деревьям морфизмов. Часть II. International Journal of Open Information Technologies ISSN: 23078162 vol. 9, no. 10, 2021
3. Мельников Б. Ф., Мельникова А. А. Бесконечные деревья в алгоритме проверки условия эквивалентности итераций конечных языков. Часть I. International Journal of Open Information Technologies ISSN: 23078162 vol. 9, no. 4, 2021
4. Мельников Б. Ф., Мельникова А. А. Бесконечные деревья в алгоритме проверки условия эквивалентности итераций конечных языков. Часть II. International Journal of Open Information Technologies ISSN: 23078162 vol. 9, no. 5, 2021

РАЗРАБОТКА КОМПОНЕНТОВ ЭЛЕКТРОННОГО ЗАДАЧНИКА ПО ПАРАЛЛЕЛЬНОМУ ПРОГРАММИРОВАНИЮ В СИСТЕМЕ UNIX

Оуян Лэйло

Студент

Факультет ВМК МГУ–ППИ, Шэньчжэнь, Китай

E-mail: leiluo@mail.ru

Научный руководитель — Абрамян Михаил Эдуардович

В докладе описываются дополнительные компоненты электронного задачника Unix Taskbook [1], позволяющие адаптировать для него набор учебных заданий по параллельному программированию на базе технологии MPI-2, ранее реализованный в электронном задачнике Programming Taskbook for MPI-2 [2].

В ходе адаптации создана базовая динамическая библиотека, содержащая алгоритмы генерации всех учебных заданий по параллельному программированию, ранее разработанные для задачника Programming Taskbook. Кроме того, подготовлен специальный модуль, подключаемый к параллельному приложению и позволяющий каждому процессу считывать исходные данные, подготовленные задачиком, и пересылать результаты на проверку.

Для каждой группы учебных заданий разработана динамическая библиотека, которая загружается из ядра задачника Unix Taskbook, использует базовую динамическую библиотеку для генерации всех необходимых данных, связанных с выполняемым заданием, управляет компиляцией и запуском учебной программы в параллельном режиме и обеспечивает проверку правильности полученных результатов.

Литература

1. Абрамян М. Э., Ли Шэнюй. Электронный задачник по курсу «Операционные системы» / Современные информационные технологии: тенденции и перспективы развития. Материалы ХХІХ научной конференции. Ростов н/Д, Таганрог: Изд-во ЮФУ, 2022. С. 22–24.
2. Абрамян М. Э. Электронный задачник по параллельному программированию на базе интерфейса MPI стандарта 2.0 // Современные информационные технологии и ИТ-образование. 2017. Том 13, № 4. С. 91–104.

МЕТОДЫ И АЛГОРИТМЫ УЛУЧШЕНИЯ КАЧЕСТВА ИЗОБРАЖЕНИЯ

Сунь Чжунгао

Студент

Факультет ВМК МГУ-ППИ, Шэньчжэнь, Китай

E-mail: s.zhongao@yandex.com

Научный руководитель — Крайнюков Николай Иванович

В докладе рассматриваются методы и алгоритмы улучшения качества изображения, в частности алгоритм суперразрешения изображения, который повышает качество изображение на основе самого изображения, используемого в качестве наблюдения.

Был реализован алгоритм суперразрешения одного изображения на языке Python.



Рис. 6: Исходное изображение

Литература

1. Wenyi Wang, Jun Hu, Xiaohong Liu, Jiying Zhao, Jianwen Chen Single image super resolution based on multi-scale structure and non-local smoothing, EURASIP Journal on Image and Video Processing volume2021, Article number: 16 (2021)

ПОЛУРЕШЁТКА ИНВЕРСНЫХ МОРФИЗМОВ ДЛЯ ЗАДАННОГО КОНЕЧНОГО ЯЗЫКА: ПОСТРОЕНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ

Сюй Юэлинь

Студентка

*Факультет ВМК университет МГУ-ППИ в Шэньчжэнь, Шэньчжэнь,
Китай*

E-mail: 1120190060@smbu.edu.cn

Научный руководитель — Мельников Борис Феликсович

Данный документ нацелен на исследование аспектов формальных языков и теории автоматов, при этом основное внимание сосредоточено на построении и анализе полурешеток обратных морфизмов.

Исходный конечный язык формируется на основе детерминированного конечного автомата (ДКА), который затем используется для создания регулярного выражения. Этот процесс подробно описывается с выделением его ключевых этапов включая построение исходного конечного языка, построение регулярного выражения для заданного языка и конструирование ДКА.

Центральная часть исследования занимает построение полурешетки обратных морфизмов. Здесь освещается несколько важных тем, включая влияние различных типов регулярных выражений на построение примитивных конечных языков и возможные направления дальнейших исследований.

Изучение свойств полурешетки, таких как верхняя и нижняя грани, линейный порядок, алгебраические свойства, размерность, компактность и качество представления языка, приводит к глубокому пониманию структуры и функций полурешеток.

Практическая значимость данного исследования подчеркивается в обсуждении его возможных приложений. Кроме того, работа дает оценку преимуществ использования полурешеток обратных морфизмов в контексте обработки естественных языков, что, как показано, приводит к улучшению результата в задачах автоматической коррекции текстов и, возможно, генерации автоматических резюме.

Исследование открывает новые возможности для дальнейшего изучения взаимодействия полурешеток обратных морфизмов с другими областями теории автоматов и формальных языков, при этом особый акцент можно поставить на теорию грамматик, алгебру регулярных выражений и теорию автоматов.

Литература

1. Мельников Б. О комплексе задач исследования необходимых условий равенства бесконечных итераций конечных языков. *International Journal of Open Information Technologies*. - 2023. - Vol. 11. No. 1. - P. 1-12.
2. Мельников Б., Мельникова А. Бесконечные деревья в алгоритме проверки условия эквивалентности итераций конечных языков. Часть I *International Journal of Open Information Technologies*. - 2021. - Vol. 9. No. 4. - P. 1-11.
3. Мельников Б., Мельникова А. Бесконечные деревья в алгоритме проверки условия эквивалентности итераций конечных языков. Часть II *International Journal of Open Information Technologies*. - 2021. - Vol. 9. No. 5. - P. 1-11.
4. Мельников Б. Варианты конечных автоматов, соответствующих бесконечным итерационным деревьям морфизмов. Часть I *International Journal of Open Information Technologies*. - 2021. - Vol. 9. No. 7. - P. 1-13.
5. Мельников Б. Варианты конечных автоматов, соответствующих бесконечным итерационным деревьям морфизмов. Часть II *International Journal of Open Information Technologies*. - 2021. - Vol. 9. No. 10. - P. 1-8.
6. Мельников Б. Полиномиальный алгоритм проверки выполнения условия морфического образа расширенного максимального префиксного кода *International Journal of Open Information Technologies*. - 2022. - Vol. 10. No. 12. - P. 1-8.
7. Мельников Б. Полурешетки подмножеств потенциальных корней в задачах теории формальных языков. Часть I. Извлечение корня из языка *International Journal of Open Information Technologies*. - 2022. - Vol. 10. No. 4. - P. 1-9.
8. Мельников Б. Полурешетки подмножеств потенциальных корней в задачах теории формальных языков. Часть II. Построение инверсного морфизма *International Journal of Open Information Technologies*. - 2022. - Vol. 10. No. 5. - P. 1-8.
9. Мельников Б. Полурешетки подмножеств потенциальных корней в задачах теории формальных языков. Часть III. Условие существования решетки *International Journal of Open Information Technologies*. - 2022. - Vol. 10. No. 7. - P. 1-9.

РАЗРАБОТКА КОМПОНЕНТОВ ЭЛЕКТРОННОГО ЗАДАЧНИКА ПО ОСНОВАМ ПРОГРАММИРОВАНИЯ В СИСТЕМЕ UNIX

Чжан Инцин

Студент

Факультет ВМК МГУ-ППИ, Шэньчжэнь, Китай

E-mail: silly0114@163.com

Научный руководитель — Абрамян Михаил Эдуардович

В докладе описываются дополнительные компоненты электронного задачника Unix Taskbook [1], позволяющие адаптировать для него набор учебных заданий по основам программирования, ранее реализованный в электронном задачнике Programming Taskbook. Возможность адаптации была обусловлена близостью архитектур задачников Programming Taskbook и Unix Taskbook [2], включающих ядро и динамические библиотеки, которые определяют различные группы заданий и разработаны с применением специальных конструкторов.

На основе конструктора TaskMaker, используемого в задачнике Programming Taskbook, создан конструктор для задачника Unix Taskbook, что позволило практически без изменений перенести в задачник Unix Taskbook программный код всех алгоритмов, связанных с генерацией учебных заданий.

Для каждой группы учебных заданий разработана динамическая библиотека, которая загружается из ядра задачника Unix Taskbook, генерирует тестовые наборы исходных данных, обеспечивает проверку правильности полученных результатов и выводит на экран всю необходимую информацию, связанную с выполняемым заданием.

Литература

1. Абрамян М. Э., Ли Шэнюй. Электронный задачник по курсу «Операционные системы» / Современные информационные технологии: тенденции и перспективы развития. Материалы XXIX научной конференции. Ростов н/Д, Таганрог: Изд-во ЮФУ, 2022. С. 22–24.
2. Абрамян М. Э. Об архитектуре универсального электронного задачника по программированию // Информатизация образования и науки. 2015. № 3 (27). С. 134–150.

**UNDER IP PERSPECTIVE PROTECTION FOR
AI-GENERATED WORKS IN CHINA — ALSO
COMMENTS ON THE APPLICATION OF CHATGPT**

ZHONG Zhenqiang

Магистр

Факультет ВМК МГУ-ППИ в Шэньчжэнь, Шэньчжэнь, Китай

E-mail: xq@smbu.edu.cn

Научный руководитель — Мельников Борис Феликсович

Abstract: Although ChatGPT has not been available for registration for use in China, many Chinese users have used ChatGPT to generate relevant contents through proxies and the contents have been shown and greatly appreciated on social media. This leads to the question of whether the contents generated by ChatGPT has the copyright. There is no definite legal statutes about whether the works of AI are entitled to copyright in China, but there have been relevant precedents in practice. In this article, the author will discuss the properties and protection issues about AI-generated works in China and try to give suggestions and countermeasures according to related provisions of China's intellectual property law and similar public legal cases. And at the same time, this paper try to clarify the legal property of AI-generated works in the field of intellectual property by combination of the application scenarios of ChatGPT.

Article Structure:

- . Introduction
- . Properties of AI-generated Works
- . Similar Relevant Precedents in China
- . Suggestions and Countermeasures Combined with ChatGPT
- . Conclusions